

UEXCEL

将知识转化为学分

UExcel 微积分考试

Uexcel 微积分考试测试学生对低年级第一学期所学教材知识的理解掌握程度。考试内容对应于通常称为微积分（一）的课程内容。微积分考试要求学生熟悉学习微积分前的必修课程，包括代数、三角学和函数。此项考试测试学生对相关事实和术语的了解，对概念和理论的认识，以及他们将这些知识运用到工商、理科和工程专业分析问题的能力。

注册参加 UExcel 考试:

请登录网站 www.uexceltest.com，按照操作简单的在线指导完成注册。

你还可以致电培生教育集团（Pearson VUE）服务中心注册参加 UExcel 考试，联系电话：

- 888.224.6383（美洲地区）
- 6038319.1085（亚太地区）
- 441161835.7455（欧洲、中东和非洲）

如需了解有关 UExcel 考试的更多信息，请访问我们的网站 www.uexceltest.com，它可以为你提供有关 UExcel 考试换学分计划的一站式信息服务，包括：

- 免费提供所有 UExcel 考试的内容指南（www.uexceltest.com/exams）；
- 注册指南，提供相关规定、流程信息，以及如何注册参加 UExcel 考试（www.uexceltest.com/register）；
- 学习资源，包括如何获取教材、模拟考试及其他备考资料的相关信息（www.uexceltest.com/resources）；
- 由埃克塞尔希尔学院向你申请的学院/大学寄送 UExcel 成绩单的相关信息（www.uexceltest.com/credit）；

学习成果

在成功完成所有推荐材料的学习之后，你应该能够：

- 通过概念和计算演示自己对微积分课程三项主要内容：极限、导数和积分的认识；
- 通过图形、数字和运用基本极限定理解释极限和连续性概念；
- 通过图形、数字、定义和运用基本导数法则解释导数；
- 通过图形、数字、定义和运用基本积分法则解释积分；
- 演示对定积分和不定积分之间关系的理解。

UExcel 考试的用途

作为 UExcel 考试的开发机构，埃克塞尔希尔学院和培生教育集团（Pearson VUE）建议为 UExcel 微积分考试分数达到 C 或 C 以上成绩的学生给予 4 个低年级大学学分。美国教育委员会大学学分推荐服务处（ACE CREDIT）已经对 UExcel 考试进行了评估认证，并向大学推荐采用 UExcel 考试学分。你可以向学习指导老师咨询如何让 UExcel 考试帮助你完成学位计划。你还可以向指导老师提出任何有关考试最低要求份数和/或参加 UExcel 考试可获得的学分的问题。各学校没有义务必须批准考试开发机构所推荐的学分数。

如果你申请的院校目前不认可 UExcel 考试，请咨询学习指导老师是否可以考虑学生通过 UExcel 考试获取学分。可以请你的指导老师拨打 888-647-2388 (分机号 166)，请他们更多地了解经过美国教育委员会大学学分推荐服务处认可的 UExcel 考试计划。如果你或你的指导老师希望更多了解美国教育委员会大学学分推荐服务处，请登录美国教育委员会的网站 www.acenet.edu，然后点击以下内容：

- 计划介绍和服务
- 大学学分推荐服务
- 学院和大学服务

美国教育委员会大学学分推荐服务处位于终身学习中心。你可以向 CREDIT@ace.nche.edu 发送电子邮件或致电 866-205-6267 与他们联系。

考试时长和评分

考试包含大约六十（60）道题，包括多项选择题（4 个选项）和填空题，其中一些是不计分的预先测验题。这些预先测试题没有单独列出，与计分题没有明显区别。

请认真回答所有问题。考试用时为 2 小时，考试分数采用字母评分。

如何利用 UExcel 考试内容指南进行学习？

教师教授委员会通过各项 UExcel 考试来测试学生的学习效果。埃克塞尔希尔学院和培生教育集团的考试开发及心理测试人员按照目前通用的专业标准对考试编制的技术方面进行监管。为促进考试公平，我们特别注意，确保考试及相关资料所用语言相互一致，便于使用，并且具有专业性。编辑人员进行系统的定量定性审核，确保语言准确、清晰，并符合使用无偏见语言的惯例。

学习需要多长时间？

UExcel 考试是证明考生已经学习了相当于大学水平的一门或几门课程的一种方式。准备参加 UExcel 考试时，考生应该像学习大学课程一样学习和复习。记住，作为独立的学生，你就是自己的老师。要做到充分准备 UExcel 考试，需要进行自我引导和自律。为准备 UExcel 考试学习时，需要认真阅读、思考和系统复习。大学教授建议学生在每个学期的每一周，为每个学分安排 3 小时的学习时间。例如，如果是 3 个学分的课程，在为期 15 周的学期内，每周学习时间为 9 小时，即 3 学分的考试课程学习时间为：

$$9 \times 15 = 135 \text{ 小时}$$

学生可以采用以下公式确定自己为参加 UExcel 考试进行学习和复习的时间：

$$\underline{\quad\quad} \text{ 学分} \times 3 \text{ 小时/周} \times 15 \text{ 周} = \underline{\quad\quad} \text{ 总学时}$$

内容概要

每个内容指南的核心内容是对考试内容进行详细介绍，首先是一个各项内容及其所占比例对照表，它反映了各项内容的相对重要程度。这些权重比例可帮助学生分配学习时间。我们已经为你计算了各项内容的学时，并在内容概要中列出了应投入的最少小时数。我们还列出了建议的各种学习资源，它们对于学生理解学习内容非常重要。我们这里的介绍并不全面。要了解内容概要中的所有资料，你需要参考推荐教材中的其他章节。在前后不同版本中，章节

编号和标题可能会有所不同。大部分内容概要都提供了许多例子来说明你应学习的各类知识。尽管例子数量很多，但你不能认为它们涵盖了所有考试内容。相反，你也不能期望你学习的每一个知识点都在考试中得到测试。任何考试都只是针对某一科目提供的各种问题实例。

使用推荐资源

利用内容概要按照我们推荐资源的要求安排学习，这一点很重要。这些推荐资源包括正常的大学教科书、初级和中级资料、UExcel 员工为便于考生备考专门编写的出版物，在某些情况下还有视听材料或网上学习材料。补充资源对内容概要中的一些要点进行解释说明，或者丰富专业内容，对考生备考不做要求。请特别注意我们所推荐的资源。我们的内容指南中的许多内容对学习材料进行了简要说明，可帮助你做出选择。你还可以在出版商网站上查找教材书籍、浏览样页、查看目录和查找补充材料。如果发现内容概要中的一些题目在所用材料中没有出现，可尝试用其他材料，或者查看补充资源。

有些教科书出版商随同教材出售练习册或学习指南。我们会在内容概要中列出经过考试开发委员会评估的练习册或学习指南目录。

正确使用模拟题和答案解析

我们为每科考试都提供了模拟题，对考试中经常遇到的问题进行解释说明。模拟题的目的并不是用于进行模拟考试，但是如果你在复习时想自己出一些测试题，可以用这些模拟题当作模板在本指南的最后几页，我们提供了多项选择模拟题的答案解析。模拟题的正确答案用星号标出。答案解析对选项正确和错误的原因做了说明。另外，每道题在内容概要中都注明了对应内容。如果你选择了错误答案，就应当返回到内容概要的对应部分再进一步学习。

我们提供了在线 UExcel 模拟考试

我们提供的在线 UExcel 模拟考试是最受欢迎的学习资源之一。它可以帮助你：

- 熟悉实际考试中可能遇到的不同类型的问题（模拟考试包括了实际考试中“不再采用”的一些项目）；
- 模拟考试在计算机上进行，并进行计时。你可以在方便的任何时间和地点进行模拟考试；
- 90 天内参加一种形式的模拟考试。在完成模拟考试后，你可以立即收到分数；
- 获取有价值的反馈。进行完模拟考试后，你可以在线查看自己的答案，明白自己的答案对或错的原因。我们的反馈不是为了对你实际 UExcel 考试成绩做出预测。相反，它是帮助你提高对相关知识的掌握，提升你的应试技巧。

有关注册参加模拟考试的信息发布在 UExcel 资源网页上（www.uexceltest.com/resources）。

学习要点

你应该积极使用资料资源，目标是要充分理解，而不是为了死记硬背。你学习时越主动越投入，你就越能够记住知识，理解并灵活运用知识。作为备考的一项内容，你可以在互联网上搜索“学习方式”，可以找到许多帮助确定自己最佳学习方式的工具。这个过程很有趣，不妨一试。

学生和教育者通常都认为以下技巧非常有用：

- 预习或者综览每一章节；

- 练习用自己的话复述内容；
- 努力确定所阅读内容与教科书篇章标题、小节标题和其他组成部分的关联性；
- 学习过程中充分调动眼、耳、肌肉和大脑；
- 找一个合作伙伴或一个小组共同学习；
- 将复习笔记制成抽认卡，或者做成磁带，这样在路途中或锻炼时可以使用。

如果你对理解某部分内容充满信心，就复习所学内容。复习时需要看学习材料，评价自己学得好坏。如果有学习伙伴，复习时可向伙伴复述你学习的内容，或者相互出题回答。教科书各章的复习题，无论是对单独学习还是小组一起学习都有帮助。

内容概要

以下列出了微积分考试的主要内容和各类内容占考试全部内容的比例。

内容	占考试全部内容的比例
I. 极限和连续性	15%
II. 导数	25%
III. 导数应用	30%
IV. 积分	30%
合计	100%

I. 极限和连续性 (15%)

(27 小时)

第一章： 极限和连续性

A. 图形和数字方法求极限

1. 单侧极限
2. 双侧极限
3. 无穷极限
4. 无穷极限

B. 极限定理

C. 连续性

II. 导数 (25%)

(45 小时)

第二章： 导数

第三章： 指数、对数和反三角函数

(2-3 节)

A. 斜率导数

B. 导数定义

C. 导数法则

1. 基本法则
2. 乘积法则
3. 商法则
4. 链式法则

D. 特殊函数导数

1. 多项式函数
2. 三角函数
3. 指数函数
4. 反函数（对数函数和反三角函数）

III. 导数应用（30%）

（54 小时）

第三章：导数（1、4、5、6 节）

第四章：图表导数及应用（1-6,8 节）

A. 隐式微分

1. 相关率
2. 曲线切线方程式

B. 图表

1. 临界值
2. 递增/递减
3. 最大值和最小值（全部和局部）
4. 凹度
5. 反曲点
6. 渐近线（垂直和水平）

C. 洛尔定理和均值定理

D. 位置、速度和加速度

E. 应用优化问题

F. 罗比达法则

G. 微分和线性接近

IV. 积分（30%）

（54 小时）

第五章：积分

第六章：定积分在几何、理科和工程学的应用

A. 有限和与西格玛符号

B. 黎曼和与近似积分

C. 有向面积定积分

D. 不定积分

E. 微积分基本定理

F. 代换积分

G. 曲线间面积

H. 函数平均值

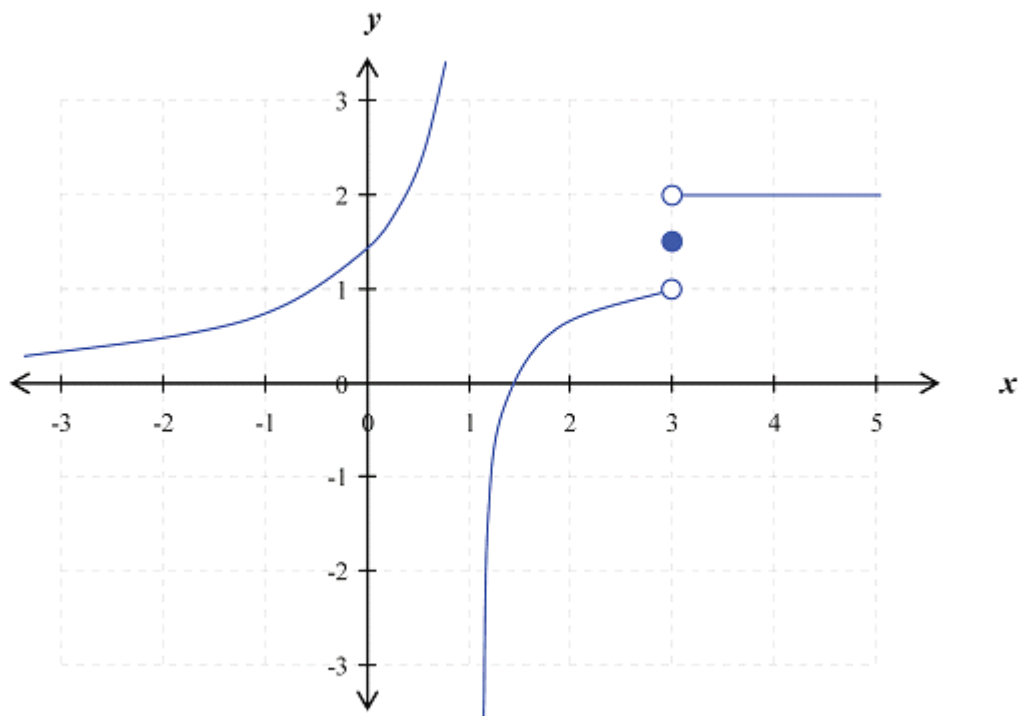
模拟题

以下模拟题介绍了微积分考试的典型内容。答案解析在本指南的 12-16 页。考试时我们会为你提供答题卡和专用笔用于涂抹答题。你的电脑上将安装所需的公式附表，供考生参考。本指南封底也提供了这样一份表。你还可以使用电脑上的 8 位计算器。

1. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{x - 1}$ 的值是多少?

- 1) 0
- 2) 1
- 3) 3
- 4) ∞

2. 根据下图 $y = f(x)$ 求出下题答案:

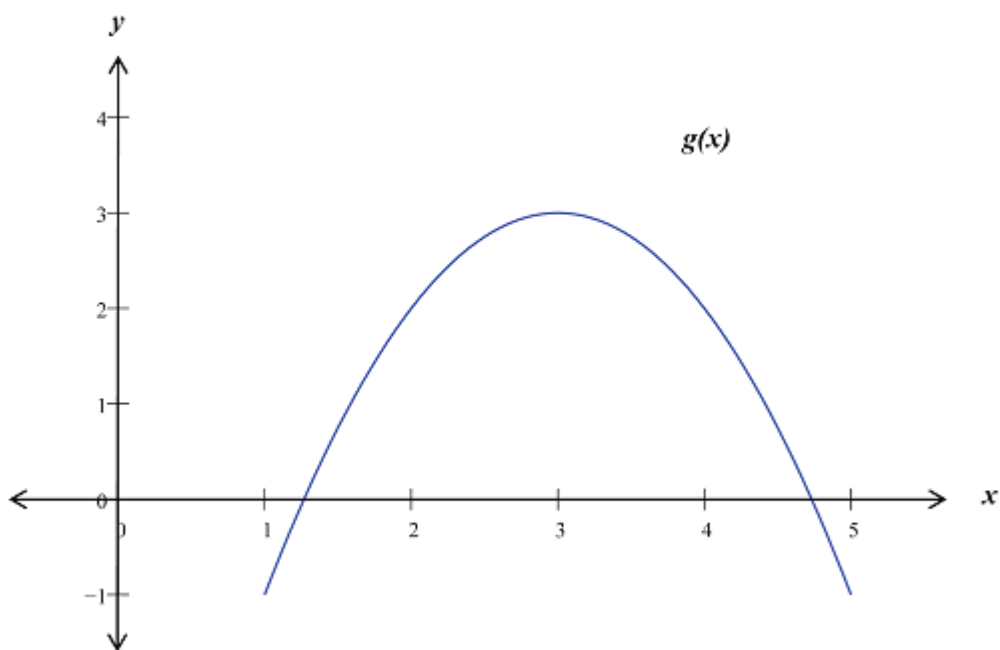
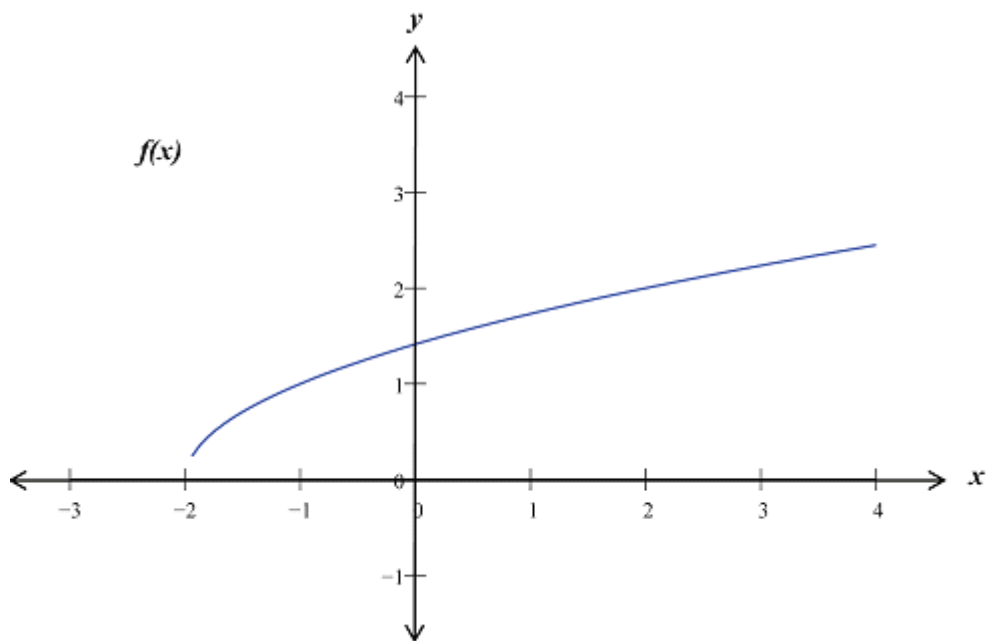


以下各极限的值是多少?

$I = \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$, $II = \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$, $III = \lim_{x \rightarrow 3^-} f(x)$, and $IV = \lim_{x \rightarrow 3^+} f(x)$

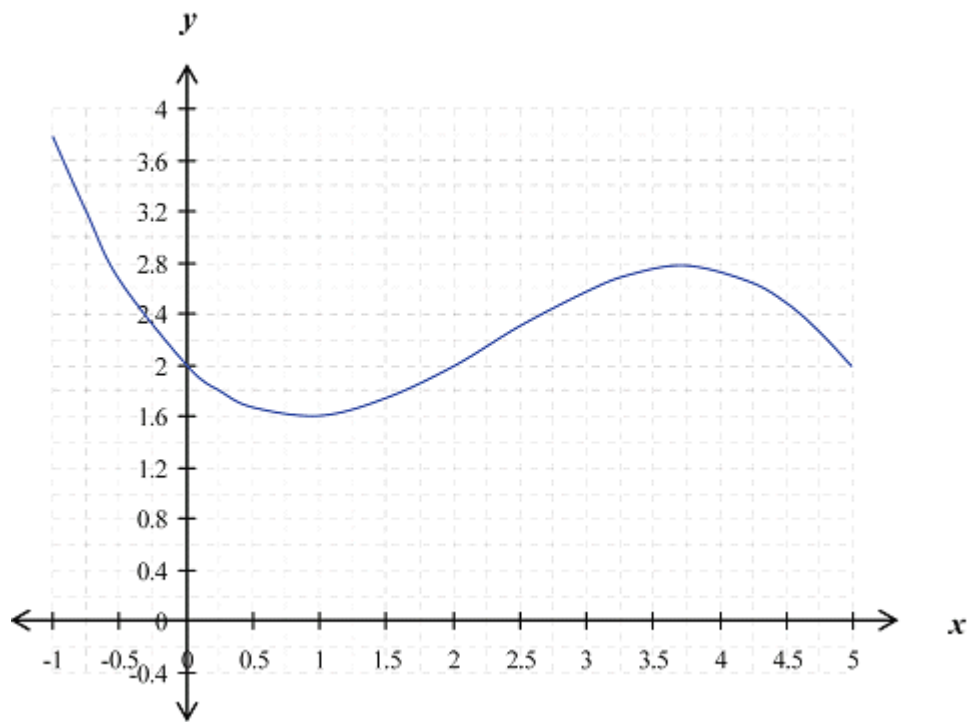
- 1) $(I, II, III, IV) = (+\infty, -\infty, 1, 2)^*$
- 2) $(I, II, III, IV) = (-\infty, +\infty, 1, 2)$
- 3) $(I, II, III, IV) = (+\infty, -\infty, 2, 1)$
- 4) $(I, II, III, IV) = (-\infty, +\infty, 2, 1)$

3. 根据下图 $f(x)$ 和 $g(x)$ 求出下题答案:



$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)}{g(x)}$ 的值是多少?

4. 根据下图 $f(x)$ 求出下题答案:



使用此图 $f(2)$ 的最佳估计值是多少?

- 1) -2
- 2) -0.6
- 3) 0.6
- 4) 2

5. 函数 $f(x) = [\sin^2(x)][\sin(x^2)]$ 的导数是什么?

- 1) $2\sin(x)[x\cos(x^2)\sin(x) + \cos(x)\sin(x^2)]$
- 2) $\cos^2(x)\cos(x^2)$
- 3) $2\cos(x)[\sin(x^2)\cos(x) + \sin(x)\cos(x^2)]$
- 4) $2\sin(x)\sin(x^2)[\sin(x) + \cos(x)]$

6. 函数 $f(x) = \frac{e^{x^2}}{2x}$ 的导数是什么?

1) $e^{x^2} + \frac{e^{x^2}}{2x^2}$

2) $e^{x^2} - \frac{e^{x^2}}{2x^2}$

3) $e^{x^2} + \frac{e^{x^2}}{2}$

4) $e^{x^2} - \frac{e^{x^2}}{2}$

7. $f(x) = \sin(1 + ax^3)$ 的导数是什么，其中 a 代表常数？

1) $\cos(1 + ax^3)$

2) $\cos(3ax^2)$

3) $3ax^2 \cos(1 + ax^3)$

4) $-3ax^2 \cos(1 + ax^3)$

8. 假设 $f(x) = kx^3 + 4x^2 - 3x + 2$ ，如果 $f(2) = 25$ ，k 值是多少？

1) 1

2) -1

3) $\frac{5}{8}$

4) $-\frac{5}{8}$

9. 一个圆的面积以恒定变化率 $64\pi \text{ cm}^2/\text{s}$ 增加，如果该圆的面积为 $36\pi \text{ cm}^2$ ，那么半径变化率是多少？

cm/s

10. $y = 1 + \ln(x)$ at $x = 1$ 的切线方程是什么？

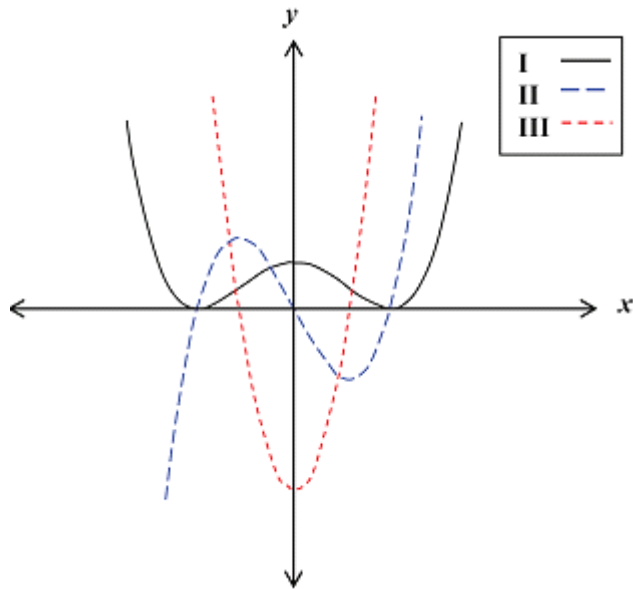
1) $y = 2 - \frac{1}{x}$

2) $y = x$

3) $y = \frac{1}{x}$

4) $y = x - 2$

11. 下图反映了 3 个函数 (I、II、III)，根据下图求出下题答案：



哪个函数对应 f, f' 和 f'' ?

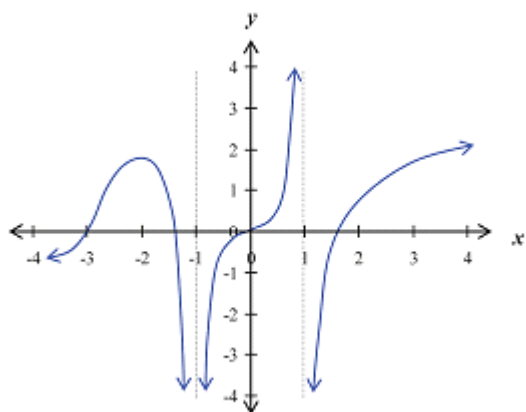
1) $f = \text{I}, f' = \text{II}, f'' = \text{III}^*$

2) $f = \text{I}, f' = \text{III}, f'' = \text{II}$

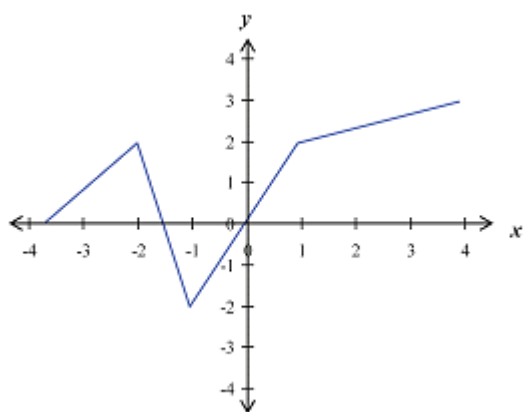
3) $f = \text{II}, f' = \text{III}, f'' = \text{I}$

4) $f = \text{II}, f' = \text{I}, f'' = \text{III}$

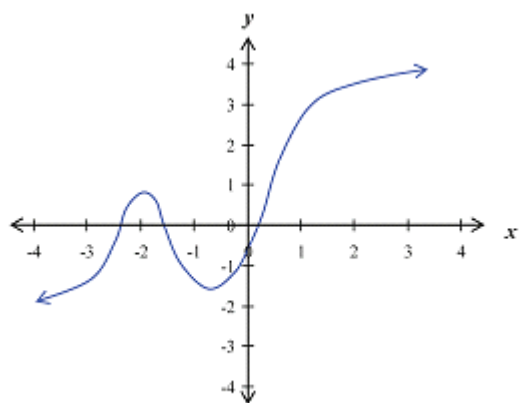
12. 根据下图求出下题答案：



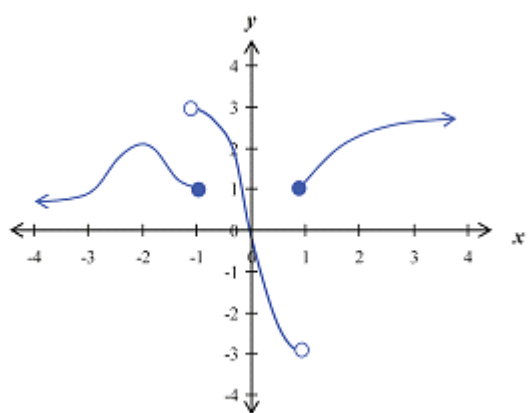
I.



II.



III.



IV.

函数 $f(x)$ 条件如下:

$$f(x) > 0 \quad \begin{array}{l} -\infty < x < -2 \\ -1 < x < 1 \\ 1 < x < \infty \end{array}$$

$$f(x) < 0 \quad -2 < x < -1$$

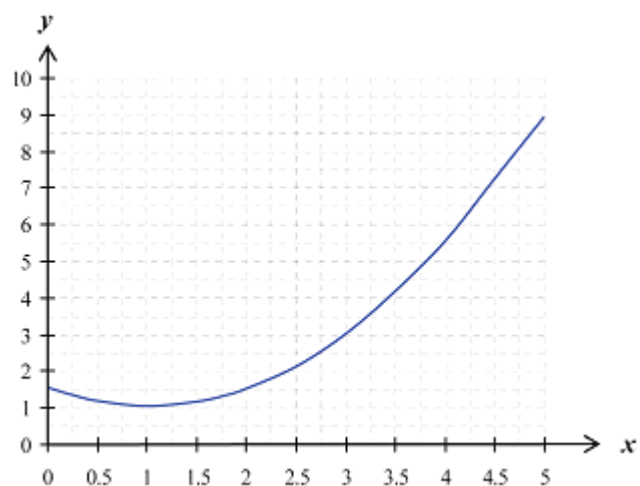
$$f''(x) > 0 \quad \begin{array}{l} -\infty < x < -3 \\ 0 < x < 1 \end{array}$$

$$f''(x) < 0 \quad \begin{array}{l} -3 < x < -1 \\ -1 < x < 0 \\ 1 < x < \infty \end{array}$$

哪个图代表函数 $f(x)$?

- 1) I
- 2) II
- 3) III
- 4) IV

13. 根据下图函数 $f(x)$ 求出下题答案:



在 $f'(c) = \frac{f(5) - f(1)}{5 - 1}$ 中, c 的最大估计值是多少?

- 1) 1
- 2) 2
- 3) 3
- 4) 4

14. 建造一个开口无盖矩形箱, 底面长是宽的 3 倍。请问矩形箱的容积达到 18 立方英尺,

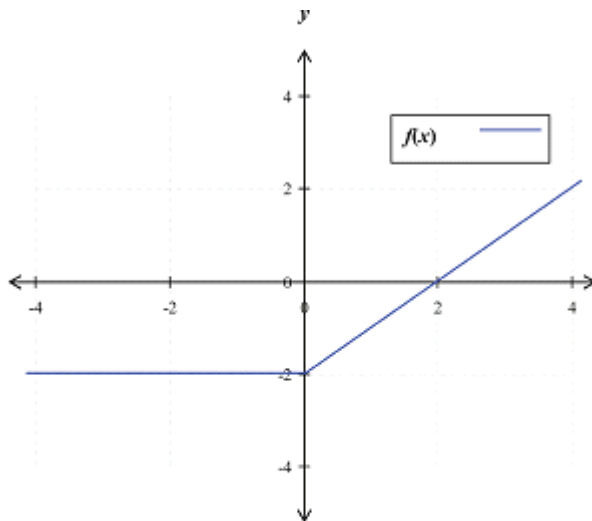
它的表面积至少是多少？



15. $\int_0^5 |x-3| dx$ 的值是多少？

- 1) -2.5
- 2) -0.5
- 3) 6.5
- 4) 13

16. 根据下图函数 $f(x)$ 求出下题答案：



I. $\int_{-4}^4 f(x) dx = -8$

II. $\int_0^{-4} f(x) dx = -8$

III. $\int_0^4 f(x) dx = 0$

以下哪个判断是正确的？

- 1) 只有 I 正确
- 2) 只有 II 正确
- 3) I 和 II 正确
- 4) I 和 III 正确

17. 假设 $f(x) = \int_0^{x^2} \sin(t^3) dt$, $\frac{d}{dx} f(x)$ 的结果是什么？

- 1) $\sin(x^6) 2x$

2) $\sin(x^2)$

3) $\sin(x^3)2x$

4) $\sin(x^6)$

18. 定积分 $\int_1^e \frac{\ln(x)}{x} dx$ 的值是多少?

1) 1

2) $\frac{1}{e} - 1$

3) $\frac{1}{2}(e^2 - 1)$

4) $\frac{1}{2}$

19. 一个质点运动速度为 $v(t) = \sin(t)$, $0 \leq t < \frac{\pi}{2}$, 如果 $t=0$, 该质点处于位置 2, 那么当 $t = \frac{\pi}{4}$ 时, 质点在什么位置?

1) $\frac{\sqrt{2}}{2} + 2$

2) $\frac{\sqrt{2}}{2} + 1$

3) $3 - \frac{\sqrt{2}}{2}$

4) $1 - \frac{\sqrt{2}}{2}$

20. 函数 $f(x) = \frac{1}{x^2}$ 在区间 $[1, c], c > 1$ 的平均值为 $\frac{1}{4}$, c 的值是多少?

1) $\frac{1}{2}$

2) $\frac{4}{3}$

3) 2

4) 4

微积分考试学习资源

下面所列的学习资料由 UExcel 考试开发机构推荐，是帮助考生备考的最佳学习资料。如需了解向 UExcel 书店订购的信息，请访问我们的网站 www.uexceltest.com/bookstore。你还可以在大学图书馆中查找学习资料。可向公共图书馆借阅一些教科书，也可通过图书馆间借阅计划获得。

考试前应留出足够时间查找各种学习资源并学习。

推荐的学习资源

Anton H. A., B ivens, I., 和 Davis, S (2009)

微积分：指数函数和对数函数-单变量（第 9 版）

新泽西州霍博肯：Wiley 出版社

UExcel 微积分模拟题（参阅第 3 页）

其他学习资源

Thomas, G.et al (2008) 汤姆斯微积分：（第 11 版）

旧金山：Pearson Addison – Wesley 出版社

模拟题答案解析

1. (I.A.2)

1) 用 1's 代替方程中的 x's，得出结果 0/0。把不定式理解为零是错误的。

2) 你忽略了分子和分母中的“-1”，结果得出 1/1。

3) *解答：

$$\text{Factor the polynomial : } x^3 - 1 = (x - 1)(x^2 + x + 1)$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} x^2 + x + 1 = 3$$

4) 因为 x 接近无穷大极限，所以你的极限值计算错误。

2. (I.A.2)

1) *解答：

因为左边极限值接近 $x=1$ ，所以 $f(x)$ 接近无穷大极限 $(+\infty)$ 。

因为右边极限值接近 $x=1$ ，所以 $f(x)$ 接近无穷大极限 $(-\infty)$ 。

因为左边极限值接近 $x=3$ ，所以 $f(x)$ 接近 1。

因为右边极限值接近 $x=3$ ，所以 $f(x)$ 接近 2。

2) 如果你向后、左/右计算，就会得出这个结果。

3) 如果你颠倒 +/- 得出 $x \rightarrow 3$ ，而不是 $x \rightarrow 1$ ，你就会得出这个结果。

4) 如果你颠倒 +/- 得出 $x \rightarrow 1$ ，而不是 $x \rightarrow 3$ ，你就会得出这个结果。

3. (I.I.B)

1) *解答:

由函数图得知, 当 x 接近 2 时极限值是 2。对于 $g(x)$, 当 x 接近 2 时极限值也是 2。

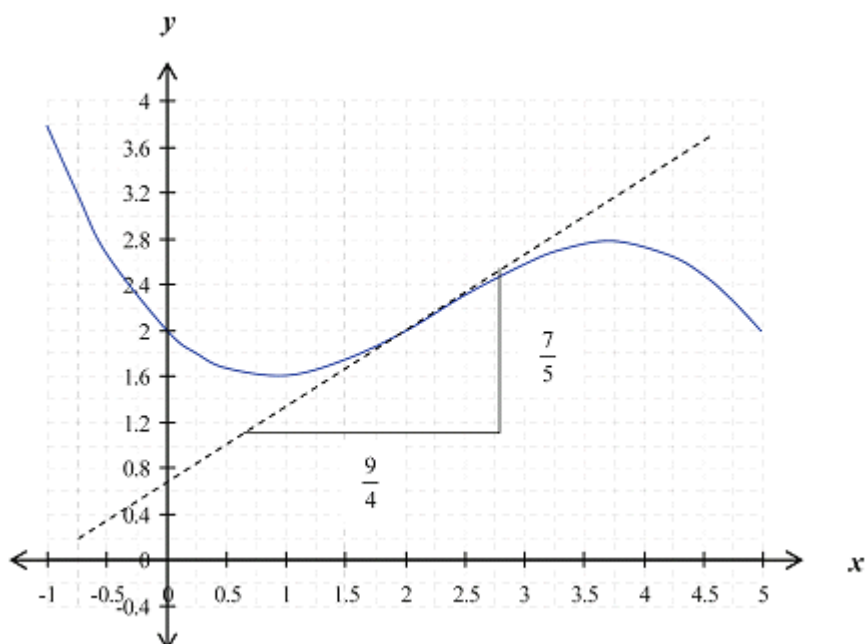
因此,
$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\lim_{x \rightarrow 2} f(x)}{\lim_{x \rightarrow 2} g(x)} = \frac{2}{2} = 1$$

4. (II.B)

1) $x=2$, 斜率为正。

2) $x=2$, 斜率为正。

3) *解答:



$f'(2)$ 是函数 $f(x)$ 的斜率。

斜率 = $\frac{7}{5} \times \frac{4}{9} = \frac{28}{45} = 0.6$

4) 你把 $x=2$ 时的函数值计算错了, 应该是 $x=2$ 时的斜率, $f'(2) = 2$

5. (II.C.2)

1) *解答

运用乘法法则:

$$f'(x) = \sin^2(x) \frac{d}{dx} [\sin(x^2)] + \sin(x^2) \frac{d}{dx} [\sin^2(x)]$$

$$f'(x) = \sin^2(x) [\cos(x^2)](2x) + \sin(x^2) [2 \sin(x) \cos(x)]$$

$$f'(x) = 2 \sin(x) [x \cos(x^2) + \cos(x) \sin(x^2)]$$

- 2) 你既没有应用乘积法则，也没有应用链式法则。
- 3) 你应用了乘积法则，但没有应用链式法则。
- 4) 你忘记了在乘积法则中求 $\sin(x^2)$ 的微分。

6. (II.C.3)

- 1) 在计算时，出现了符号错误。
- 2) *解答：
采用商法则公式计算，答案就显得相当直观。

$$\left(\frac{f(x)}{g(x)} \right)' = \frac{g(x)f'(x) - f(x)g'(x)}{[g(x)]^2} = \frac{(2x)^2 e^{x^2} - 2e^{x^2}}{(2x)^2}$$

- 3) 在计算 $f'(x)$ 时出现了符号错误，使用了 $g'(x)$ ，而不是 $g(x)$ 。
- 4) 使用了 $g'(x)$ ，而不是 $g(x)$ 。

7. (II.C.4)

- 1) 你犯了一个常见错误，就是忘记在余弦函数中取导数。
- 2) 你只在余弦函数中取了导数。
- 3) *解答：

$$f'(x) = \frac{d}{dx} [\sin(1+ax^3)] = \left[\frac{d}{dx} (1+ax^3) \right] \cos(1+ax^3) = 3ax^2 \cos(1+ax^3)$$

- 4) 你将正弦导数当成了负余弦。

8. (II.D.1)

- 1)*解答：

$$f'(x) = 3kx^2 + 8x - 3$$

$$f'(2) = 3k(2)^2 + 8(2) - 3 = 25$$

$$12k = 25 - 16 + 3 = 12$$

$$k = 1$$

- 2) 你犯了一个符号错误。
- 3) 你求出了 $f(2)$ 的值。
- 4) 你求出了 $f(2)$ 的值，并犯了一个符号错误。

9. (III.A.1)

- *解答：

$$a = \pi r^2, \quad \frac{dA}{dt} = 64\pi, \quad \frac{dr}{dt} = ?$$

When $A = 36\pi$, $36\pi = \pi r^2$, and $r = 6$

$$\frac{dA}{dt} = 2\pi r \frac{dr}{dt}$$

$$64\pi = 2\pi(6) \frac{dr}{dt}$$

$$\frac{16}{3} = \frac{dr}{dt}$$

10. (III.A.2)

1) 你犯了一个计算错误，具体如下：

$$y - 1 = \frac{1}{x}(x - 1) = 1 - \frac{1}{x}, \quad y = 2 - \frac{1}{x}$$

2) *解答：

$$y = 1 + \ln 1 = 1 + 0 = 1$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{x}$$

$$m = \frac{1}{1} = 1$$

$$y - 1 = 1(x - 1)$$

$$y = x$$

3) 你只计算了函数导数。

4) 你犯了一个简单的计算错误。

11. (III.B)

1) *解答

函数 I 在 X 轴上，因此它不可能是其它两个函数的导数。如果是的话，该函数就会总是保持递增。如果函数 I 有极值，则函数 II 与 X 轴相交。这意味着函数 II 是函数 I 的导数。类似分析表明，函数 III 是函数 II 的函数。

$$I = (x - 1)^2(x + 1)^2, \quad II = \frac{d}{dx} I, \quad III = \frac{d}{dx} II$$

2) 函数 III 不可能是函数 I 的导数函数，函数 II 也不可能是函数 III 的导数函数。

3) 函数 III 是函数 II 的导数函数，函数 I 不可能是函数 III 的导数函数。

4) 函数 I 不可能是函数 II 的导数函数，函数 III 不可能是函数 I 的导数函数。

12. (III.B)

1) *解答

• 函数 I 和函数 II 满足 $f'(x) < 0$ 的条件。

• 所有四个函数 II 满足 $f'(x) < 0$ 的条件。

• 函数 I 和函数 IV 满足 $f''(x) < 0$ 的条件。

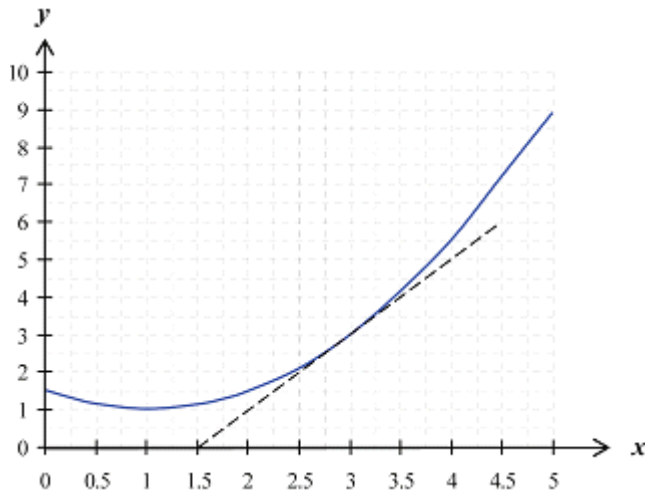
• 函数 I 和函数 IV 满足 $f''(x) < 0$ 的条件。

- 2) 函数 III 没有满足第 1、第 3 和第 4 个条件。
- 3) 函数 II 没有满足第 3 和第 4 个条件。
- 4) 函数 IV 没有满足第 1 个条件。

13. (III.C)

- 1) 你斜率计算错了。
- 2) *解答:

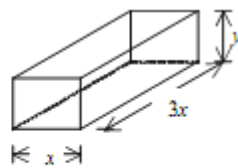
$x=3$ 时的斜率与连接 $(1.5, 0)$ 和 $(4.5, 6)$ 线段的斜率相等。斜率约等于 2。



- 3) 你错误地求出了 $x=2$ 时的函数，没有求出斜率。
- 4) 你斜率计算错了。

14. (III E)

*解答:



$$V = 3x^2y = 18, \quad y = \frac{6}{x^2}$$

$$A = 3x^2 + 2xy + 6xy = 3x^2 + 8xy = 3x^2 + 8x\left(\frac{6}{x^2}\right) = 3x^2 + \frac{48}{x}$$

$$\frac{dA}{dx} = 6x - \frac{48}{x^2} = 0, \quad \frac{6x}{1} = \frac{48}{x^2}, \quad 6x^3 = 48, \quad x^3 = 8, \quad x = 2$$

$$\frac{d^2A}{dx^2} = 6 + \frac{96}{x^3}, \quad \text{at } x = 2 \text{ ft, } \frac{d^2A}{dx^2} = 18 > 0, \quad \therefore x = 2 \text{ is a minimum.}$$

$$\text{Surface Area} = 3(2)^2 + \frac{48}{2} = 12 + 24 = 36 \text{ ft}^2$$

注意：倒数第二行最后： $\therefore x = 2$ 是最小值

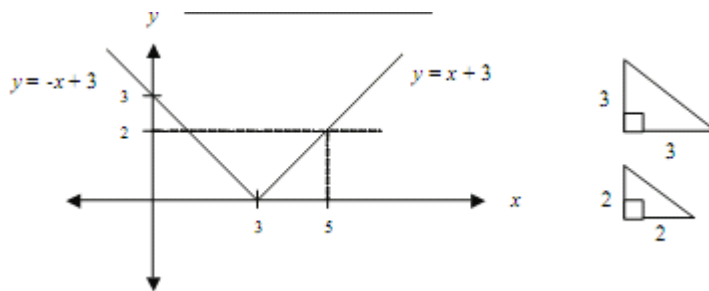
15. (IV. C)

$$1) \int_0^5 x - 3 dx = \left. \frac{1}{2}x^2 - 3x \right|_0^5 = \frac{25}{2} - 15 = -\frac{5}{2}$$

2) 你犯了一个符号错误: $-\frac{9}{2} + 2 = -\frac{1}{2}$

3) *解答:

$$y = |x - 3| \text{图}$$



$$\text{积分面积} = \frac{1}{2}(3)(3) + \frac{1}{2}(2)(2) = \frac{9}{2} + 2 = \frac{13}{2}$$

4) 你忘记除以 2 求三角面积: $(3)(3) + (2)(2) = 13$

16. (IV. C)

- 1) 你混淆了+/-面积。
- 2) 你没有注意到判断 I 也是正确的。
- 3) 你没有理解转换积分极限改变了积分符号。

4) *解答:

判断 I 正确:

$$\int_{-4}^4 f(x) dx = \int_{-4}^0 f(x) dx + \int_0^2 f(x) dx + \int_2^4 f(x) dx = -8 + (-2) + 2 = -8$$

判断 II 错误:

$$\int_0^{-4} f(x) dx = - \int_{-4}^0 f(x) dx = -(-8) = 8$$

判断 III 正确

$$\int_0^4 f(x) dx = \int_0^2 f(x) dx + \int_2^4 f(x) dx = -2 + 2 = 0$$

17. (IV. E)

1) *解答:

$$g(x) = \int_0^x \sin(t^3), \quad g'(x) = \sin(x^3)$$

$$h(x) = x^2, \quad h'(x) = 2x$$

$$f(x) = g(h(x))$$

$$f'(x) = g'(h(x))h'(x) = \sin((x^2)^3)2x$$

$$f'(x) = \sin(x^6)2x$$

- 2) 你没有很好应用微积分基本定理。
- 3) 你应用了微积分基本定理，但没有应用链式法则。
- 4) 你没有使用链式法则。

18. (IV. F)

- 1) 你忘记在最后计算时转记 $^{1/2}$ 。
- 2) 求值时，你忘记了取自然对数，也忘记在计算时转记 $^{1/2}$ 。
- 3) 求定积分值时，你忘记了取自然对数。
- 4) *解答：

$$u = \ln x, \quad du = \frac{dx}{x}$$

$$\int \frac{\ln(x)}{x} dx = \int u \, du = \frac{u^2}{2} + C = \frac{[\ln(x)]^2}{2} + C$$

$$\int_1^e \frac{\ln(x)}{x} dx = \frac{[\ln(x)]^2}{2} \Big|_1^e = \frac{1}{2} - 0 = \frac{1}{2}$$

19. (IV. F)

- 1) 你忘记了求函数积分。
- 2) 求正弦函数积分时出现错误。
- 3) *解答：

$$p(t) = \int v(t) dt = \int \sin(t) dt, \quad p(0) = 2$$

$$p\left(\frac{\pi}{2}\right) = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin(t) dt + p(0) = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin(t) dt + 2$$

$$p\left(\frac{\pi}{2}\right) = -\cos(t) \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} + 2 = -\left(\frac{\sqrt{2}}{2} - 1\right) + 2 = 3 - \frac{\sqrt{2}}{2}$$

- 4) 你遗漏了积分常数。

20. (IV. H)

- 1) 求函数积分时出现错误。
- 2) 你忘记了除以 $c-1$ 。
- 3) 你除以 c ，而没有除以 $c-1$ 。
- 4) *解答：

平均值

$$\begin{aligned}\text{avg val} &= \frac{1}{c-1} \int_1^c \frac{1}{x^2} dx = \frac{1}{c-1} \int_1^c x^{-2} dx = \frac{1}{c-1} \left. \frac{x^{-1}}{-1} \right|_1^c \\ &= \frac{1}{c-1} \left. \frac{-1}{x} \right|_1^c = \frac{1}{c-1} \left(\frac{-1}{c} - \frac{-1}{1} \right) = \frac{1}{c-1} \left(1 - \frac{1}{c} \right) \\ &= \frac{1}{c-1} \left(\frac{c-1}{c} \right) = \frac{1}{c}\end{aligned}$$

因此, $\frac{1}{c} = \frac{1}{4}$, $c = 4$

UExcel 微积分考试委员会成员

Jennifer Blue 博士 (1998年毕业于美国 Rensselaer 工学院);
现任 Rensselaer 工学院副教授。

Darwyn Cook 博士 (1996年毕业于美国路易斯安娜州州立大学);
现任阿尔弗雷德大学副教授。

Said Fariabi 教育学博士 (1979年毕业于美国俄克拉荷马州州立大学);
现任圣安东尼奥学院副教授。

Karin Reinhold 博士 (1991年毕业于美国俄亥俄州州立大学);
现任纽约州立大学奥尔巴尼学院副教授。

Yekaterina Sliva 理学硕士 (1990年毕业于莫斯科国立大学);
现任弗吉尼亚州大学教师。

当你准备好考试时,你可以通过我们的网站 www.uexceltest.com 联系确定在方便的培生考试中心参加考试。

Uexcel 考试科目

微积分	低年级 4 学分
大学写作	低年级 3 学分
心理学绪论	低年级 3 学分
物理	低年级 6 学分
政治学	低年级 3 学分
统计	低年级 3 学分

微积分快考试公式表

$$\int \frac{du}{\sqrt{1-u^2}} = \sin^{-1}(u) + C$$
$$\int \frac{-du}{\sqrt{1-u^2}} = \cos^{-1}(u) + C$$
$$\int \frac{du}{1+u^2} = \tan^{-1}(u) + C$$
$$\int \frac{-du}{1+u^2} = \cot^{-1}(u) + C$$
$$\int \frac{du}{|u|\sqrt{u^2-1}} = \sec^{-1}(u) + C$$
$$\int \frac{-du}{|u|\sqrt{u^2-1}} = \csc^{-1}(u) + C$$
$$\sum_{k=1}^n k = 1 + 2 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$$
$$\sum_{k=1}^n k^2 = 1^2 + 2^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$
$$\sum_{k=1}^n k^3 = 1^3 + 2^3 + \dots + n^3 = \left[\frac{n(n+1)}{2} \right]^2$$

体积:

球体 $V = \frac{4}{3} \pi r^3$

圆柱体 $V = \pi r^2 h$

圆锥体 $V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$

底座是平行四边形的棱柱体 $V = Bh$

面积:

球体 (表面积) $A = 4\pi r^2$

圆柱体 (表面积) $A = 2(\pi r^2) + 2\pi r h$

圆锥体 (表面积) $A = \pi r^2 + 2\pi r l$

矩形 $A = bh$